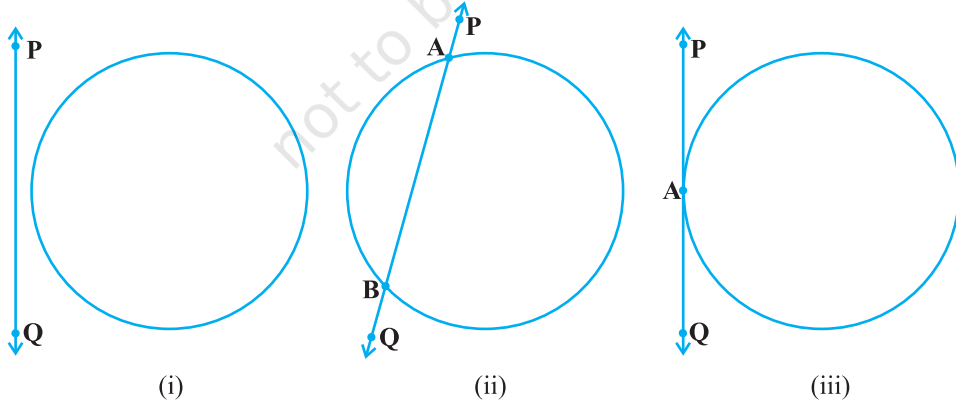
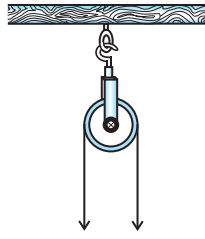
10 دائرے (CIRCLES)

10.1 تعارف

نویں کلاس میں آپ پڑھ چکے ہیں کہ دائرہ مستوی میں ایسے نقاط کا مجموعہ ہے جو ایک متعین نقطہ (مرکز) سے مستقل فاصلہ (نصف قطر) پر واقع ہوں۔ آپ نے بہت سے ارکان جو دائرہ سے متعلق ہیں۔ ان کے بارے میں بھی پڑھا ہے جیسے دائرہ کا وتر، قطع اور سیکٹر وغیرہ۔ آیئے ایسی مختلف صورت حال پر غور کرتے ہیں جو جب پیدا ہوتی ہیں جب مستوی میں ایک دائرہ اور ایک خط دیا ہوا ہو۔

اس لئے آیئے ایک دائرہ اور ایک خط PQ پر غور کرتے ہیں۔ شکل 10.1 جو ذیل میں دی گئی ہے، میں تین باتیں ممکن ہیں۔

شکل 10.1

شکل 10.1 میں خط PQ اور دائرہ میں کوئی نقطہ مشترک نہیں ہے۔ اس حالت میں PQ دائرہ کے تعلق سے غیر قاطع خط کہلاتا ہے۔ شکل 10.1 (ii) میں خط PQ اور دائرہ میں دو مشترک نقطہ A اور B ہیں۔ اس حالت میں ہم خط PQ کو دائرہ کا قاطع

(Secant) کہتے ہیں۔شکل 10.11 (iii) میں صرف ایک نقطہ A ہے جو خط اور دائرہ میں مشترک ہے۔اس حالت میں خط دائرہ کا مماس (tangent) کہلاتا ہے۔

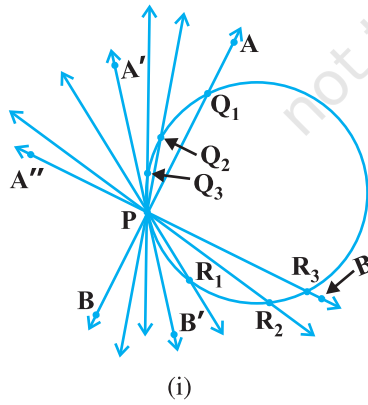
آپ نے کنویں کے اوپر لگی ہوئی ایک پلی ضرور دیکھی ہوگی جس کا استعمال ہم کنویں سے پانی نکالنے میں کرتے ہیں شکل 10.2 کو دیکھئے۔یہاں رسی جو پلی کے دونوں طرف ہوتی ہے،کو ایک شعاع مانا جائے تو یہ دائرہ کے مماس کی طرح ہے اگر پلی دائرہ کو ظاہر کرتی ہے۔

شکل 10.2

کیا دائرہ کے تعلق سے خط کا،اوپر دئے گئے مقاموں کے علاوہ بھی کوئی مقام ہوسکتا ہے؟ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ دائرہ مناسبت سے خط کوئی بھی مقام نہیں ہوسکتا ہے۔اس باب میں ہم مماس کے وجود اور اس کی کچھ خصوصیات کا مطالعہ کریں گے۔

10.2 دائرہ کا مماس

پچھلے سیکشن میں آپ دیکھ چکے ہیں کہ دائرے کا مماس وہ خط ہے جو دائرہ کو صرف ایک نقطہ پر قطع (یا چھوتا ہے) کرتا ہے۔دائرہ کے کئی نقطہ پر مماس کو سمجھنے کے لئے آیئے کچھ سرگرمیاں کرتے ہیں۔

سرگرمی 1: ایک دائرہ کی شکل کا تار لیجئے اور اسکے ایک نقطہ P پر ایک سیدھا تار AB اس طرح جوڑیں کہ یہ مستوی میں نقطہ P کے اردگرد گردش کرے۔اس پورے سسٹم کو آہستہ سے میز پر رکھیں اور تار AB کو P کے اردگرد گھمائیں۔اس طرح سے ہمیں سیدھے تار AB کے مختلف مقام حاصل ہوں گے (شکل 10.3(i) دیکھیے)

مختلف حالتوں میں تار دائری تار کو P اور دوسرے نقاط Q_1 یا Q_2 یا Q_3 وغیرہ پر قطع کرتا ہے۔ان میں سے ایک حالت آپ دیکھیں گے کہ یہ دائرہ کو صرف ایک جگہ قطع کرتا ہے یعنی P پر (A'B' کی A' حالت دیکھئے)۔ اس سے پتہ چلتا ہے کہ دائرہ کے ایک نقطہ P پر مماس کا وجود ہے اس کو مزید گھمانے پر آپ یہ مشاہدہ کریں گے کہ تمام حالتوں میں AB دائرہ کو P کے علاوہ اور دوسرے نقطوں پر بھی قطع کرتا ہے جیسے R_1 یا R_2 یا R_3 وغیرہ۔

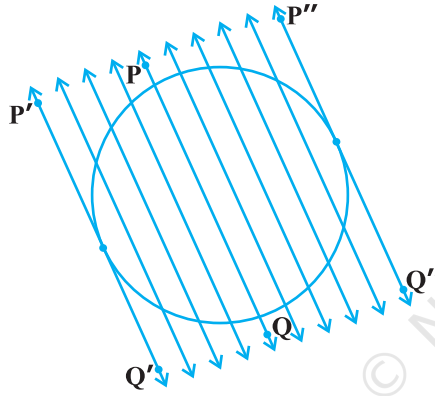
(i)
شکل 10.2

اس لئے آپ مشاہدہ کر سکتے ہیں کہ دائرہ کے ایک نقطہ پر ایک ہی مماس ہوتا ہے۔

مندرجہ بالا سرگرمی کرتے وقت آپ نے یہ مشاہدہ کیا ہوگا جیسے جیسے AB، A'B' کی طرف حرکت ہے۔خط اور دائرہ کا

مشترک نقطہ Q_1 آہستہ آہستہ مشترک نقطہ P کے قریب تر ہوتا جاتا ہے اور آخر میں یہ P پر منطبق ہو جاتا ہے۔ مزید نوٹ کیجیے کہ کیا ہوگا اگر AB کو P کے گرد دائیں طرف گھمایا جائے؟ مشترک نقطہ R_3 آہستہ آہستہ P کے قریب ہوتا رہتا ہے اور آخر میں P پر منطبق ہو جاتا ہے، اس لئے ہم کیا دیکھتے ہیں۔

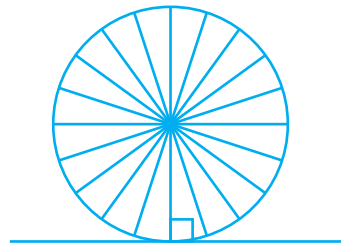
دائرہ کا مماس دائرہ کے قاطع کی ایک مخصوص شکل ہے جب اس کے نظیری وتر کے دوسرے کے نقطے منطبق ہو جاتے ہیں۔

سرگرمی 2: ایک پیپر پر ایک دائرہ اور اس کا ایک قاطع PQ بنائیے اس کے دونوں صرف اس کے متوازی خطوط بنائیے۔ آپ دیکھیں گے کہ کچھ اقدام کے بعد ان خطوط سے کاٹے گئے وتروں کی لمبائی آہستہ آہستہ کم ہوتی جاتی ہے یعنی خط کے دائرہ ہر دو نقطہ تقاطع، نزدیک اور نزدیک آتے جا رہے ہیں (شکل 10.3(ii) دیکھئے) ایک حالت میں یہ قاطع کے ایک طرف صفر ہو جاتی ہے اور دوسری حالت میں قاطع کے دوسری طرف یہ صفر ہو جاتی ہے شکل 10.3 (ii)) میں قاطع 'P'Q اور "P"Q حالتوں کو دیکھئے شکل 10.3 (ii) یہ دائرہ کے مماس ہیں جو قاطع PQ کے متوازی ہیں۔ اس سے آپ کو یہ بھی پتہ چلتا ہے کہ ایک دئے ہوئے قاطع کے دو سے زیادہ متوازی مماس نہیں ہو سکتے۔

P″
P
P′
Q″
Q
Q′

(ii)

شکل 10.3

اس مشغلہ سے بھی یہی پتہ چلتا ہے کے مماس وہ قاطع ہے جب اس کے نظیری وتر کے دوسرے کے نقطے منطبق ہو جائیں جیسا کہ پہلی سرگرمی میں ہوا تھا۔

دائرہ اور مماس کا مشترک نقطہ مماس کہلاتا ہے (شکل 10.1(iii) میں نقطہ A) اور مماس دائرہ کو اس مشترک نقطہ پر چھوتا ہے۔

شکل 10.4

اب اپنے ارد گرد نواح میں دیکھئے۔ کیا آپ نے ایک سائیکل اور بیل گاڑی کے پہیہ کو گھومتے ہوئے دیکھا ہے اب آپ اس پہیہ کو دیکھئے جب یہ زمین پر حرکت کرتا ہے۔ کیا آپ کو کہیں کوئی مماس نظر آتا ہے؟ (شکل 10.4 دیکھئے) در حقیقت پہیہ ایک خط کے ہمراہ حرکت کرتا ہے جو کے اس دائرہ کا مماس جس کو پہیہ ظاہر کرتا ہے۔ یہ بھی نوٹ کیجئے کے تمام حالتوں میں نصف قطر گراؤنڈ کے نقطہ مماس (tangent) پر عمود ہوتا ہے۔ اب ہم مماس

* لفظ tangent ایک لاطینی لفظ tangere سے اخذ کیا گیا ہے جس کا مطلب ہوتا ہے چھونا اور جس کا تعارف ایک ڈنیش ریاضی داں Thomas Fineke نے 1583 میں دیا۔

کی اس خصوصیت کو ثابت کریں گے۔

مسئلہ 10.1: دائرہ کا نصف قطر اس کے مماس کے نقطہ مماس پر عمود ہوتا ہے ۔

ثبوت: ہمیں O مرکز کا ایک دائرہ اور اس کے نقطہ P پر ایک مماس XY دیا ہوا ہے۔ ہمیں یہ ثابت کرنا ہے کہ OP، XY پر عمود ہے۔

XY پر P کے علاوہ کوئی نقطہ Q لیجئے اور OQ کو ملا دیجئے (شکل 10.5 دیکھیے)

نقطہ Q دائرہ کے باہر میں ہونا چاہیے (کیوں؟) نوٹ کیجئے کہ اگر Q دائرہ کے اندر ہوگا تو XY ایک قاطع بن جائے گا دائرہ کا مماس نہیں رہے گا۔ اس لئے OR، نصف قطر OP سے بڑا ہے،

$$OQ > OP$$

کیونکہ یہ XY پر موجود ہر ایک نقطہ سوائے P ، کے لئے درست ہے۔ اس لئے OP، O سے XY پر کھینچے جانے والے تمام قطع میں سب سے چھوٹا ہے ۔ اس لئے OP، XY پر عمود ہے (جیسا مسئلہ A1.7 میں دکھایا گیا ہے)

شکل 10.5

ریمارک:

1۔ مذکورہ بالا مسئلہ مسئلے آپ یہ نتیجہ بھی اخذ کر سکتے ہیں کہ دائرہ کے کسی نقطہ پر صرف اور صرف ایک ہی خطِ مماس ہوتا ہے۔

2۔ نقطہ مماس سے گذرتا ہوا خط جس میں نصف قطر شامل ہوتا ہے، کبھی کبھی دائرہ کا اس نقطہ پر 'عماد' (Normal) بھی کہلاتا ہے۔

مشق 10.1

1۔ ایک دائرہ کے کتنے مماس ہوتے ہیں؟

2۔ خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

(i) دائرہ کا مماس دائرہ کو ______ نقطہ پر قطع کرتا ہے۔

(ii) ایک خط جو دائرہ کو دو نقطوں پر قطع کرتا ہے ______ کہلاتا ہے۔

(iii) ایک دائرہ میں زیادہ سے زیادہ ______ متوازی مماس ہو سکتے ہیں۔

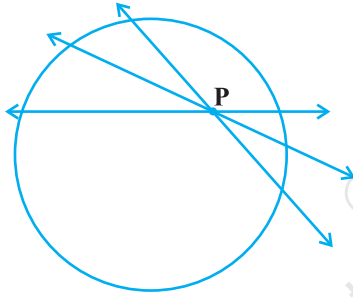
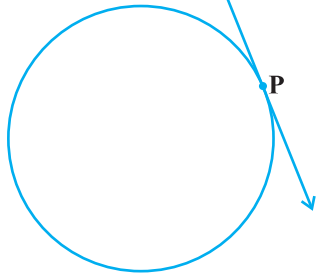
(iv) دائرہ کے مماس اور دائرہ کا مشترک نقطہ ______ کہلاتا ہے۔

3۔ 5 سینٹی میٹر نصف قطر والے دائرہ کے نقطہ P پر مماس PQ، مرکز O سے گذرتے ہوئے ایک خط سے نقطہ P پر ملتا ہے جبکہ OQ = 12 سینٹی میٹر، PQ کی لمبائی ہے۔

(A) 12 سینٹی میٹر (B) 13 سینٹی میٹر (C) 8.5 سینٹی میٹر (D) $\sqrt{119}$ سینٹی میٹر

4۔ ایک دائرہ اور دو خطوط بنایئے جو ایک دیے ہوئے خط کے متوازی ہوں جن میں ایک مماس اور دوسرا دائرہ کا قاطع ہو۔

10.3 دائرہ پر ایک نقطہ سے مماسوں کی تعداد

دائرہ کے ایک نقطہ سے کھینچے جانے والے مماسوں کی تعداد کے بارے میں جاننے کے لئے آیئے مندرجہ ذیل سرگرمی کرتے ہیں۔

(i)
(ii)
شکل 10.6

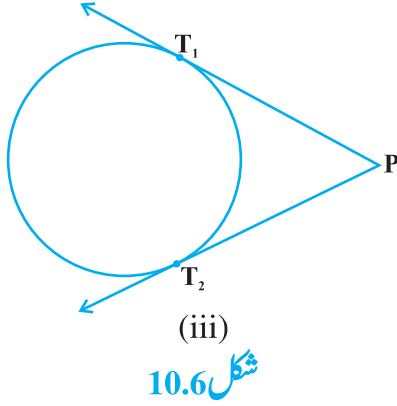
سرگرمی 3: پیپر پر ایک دائرہ بنایئے۔ اس کے اندرون میں ایک نقطہ P لیجئے۔ کیا آپ اس نقطہ سے دائرہ کا مماس کھینچ سکتے ہیں؟ آپ دیکھیں گے کہ اس نقطے سے گذرنے والا ہر خط دائرہ کو دو نقطوں پر قطع کرے گا۔ اس لئے یہ ممکن نہیں کہ دائرہ کے اندرون میں کسی نقطہ سے دائرہ پر مماس کھینچا جا سکے۔ [شکل (i)10.6]

آگے اب دائرہ پر ایک نقطہ لیجئے۔ آپ پہلے ہی مشاہدہ کر چکے ہیں کہ ایسے نقطہ سے صرف اور صرف ایک مماس دائرہ پر کھینچا جا سکتا ہے [شکل (ii)106 دیکھیے]

اور آخر میں دائرہ کے باہر ایک نقطہ P لیجئے اور یہاں سے دائرہ پر مماس بنایئے آپ مشاہدہ کریں گے کہ دائرہ پر صرف دو مماس کھینچے جا سکتے ہیں [شکل (iii)10.6 دیکھیے)

ان حقیقتوں کا خلاصہ ہم ذیل میں کرتے ہیں۔

حالت 1: دائرہ کے اندر موجود کسی نقطہ سے دائرہ پر کوئی مماس نہیں

کھینچا جا سکتا ہے۔

حالت 2: دائرہ پر موجود کسی نقطہ سے ایک اور صرف ایک مماس کھینچا جا سکتا ہے۔

حالت 3: دائرہ کے باہر کسی نقطہ سے دائرہ پر 2 اور صرف 2 مماس کھینچے جا سکتے ہیں۔

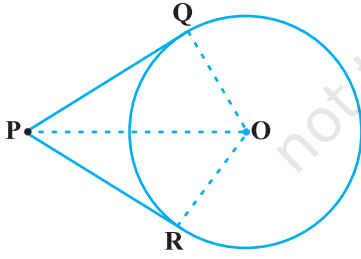
شکل (iii) 10.6 میں T_1 اور T_2 مماس PT_1 اور PT_2 کے بالترتیب نقطہ مماس ہیں۔

(iii)

شکل 10.6

دائرہ کے کسی باہری نقطہ P سے مماس کی لمبائی، نقطہ P سے نقطہ مماس کے فاصلہ کو مماس کی لمبائی کہتے ہیں۔

نوٹ کیجئے کہ شکل (iii)10.6 PT_1 اور PT_2 دائرہ پر نقطہ P سے کھینچے گئے مماسوں کی لمبائی ہے۔ لمبائیوں PT_1 اور PT_2 کی ایک مشترک خصوصیت ہے۔ کیا آپ اس کو معلوم کر سکتے ہیں؟ PT_1 اور PT_2 کی پیائش کیجئے، کیا یہ مساوی ہیں؟ درحقیقت یہ ہمیشہ برابر ہوتی ہیں۔ آیئے اس حقیقت کا ثبوت ہم مندرجہ ذیل مسئلے میں دیتے ہیں۔

مسئلہ 10.2: دائرہ کے کسی باہری نقطہ سے کھینچے جانے والے مماسوں کی لمبائیاں برابر ہوتی ہیں۔

ثبوت: ہمیں مرکز O کا ایک دائرہ دیا ہوا ہے۔ نقطہ P دائرہ کے باہر ہے اور P سے دائرہ پر دو مماس PQ اور PR ہیں۔ (شکل 10.7 دیکھیے) ہمیں ثابت کرنا ہے کہ PQ = PR

شکل 10.7

اس کے لئے ہم OP، OQ اور OR کو ملاتے ہیں تب ∠OQP اور ∠ORP قائم مثلث ہیں کیونکہ یہ نصف قطر اور مماسوں کے درمیان کے زاویہ ہیں، اور مسئلہ 10.1 کی رو سے یہ قائمہ زاویہ ہیں اب قائم مثلثوں OQP اور ORP میں

OQ = OR (ایک ہی دائرہ کے نصف قطر)

OP = OP (مشترک)

اس لئے $\Delta OQP \cong \Delta ORP$ (RHS)

اس سے حاصل ہوتا ہے $PQ = PR$ (CPST)

ریمارک:

1۔اس مسئلہ کو ہم فیثاغورث کے مسئلہ کا استعمال کر کے بھی ثابت کر سکتے ہیں، جو مندرجہ ذیل میں دیا گیا ہے۔

$$PQ^2 = OP^2 - OQ^2 = OP^2 - OR^2 = PR^2 \text{ (کیونکہ } OQ = OR)$$

جس سے ہمیں ملتا ہے $PQ = PR$

2۔یہ بھی نوٹ کیجئے کہ $\angle OPQ = \angle OPR$ اس لئے OP، $\angle PQR$ کا زاویائی ناصف ہے یعنی مرکز دو مماسوں کے درمیان بنے زاویہ کے ناصف پر واقع ہے۔

آیئے کچھ مثالوں پر غور کرتے ہیں۔

مثال 1: دو ہم مرکز دائروں میں ثابت کیجیے کہ بڑے دائرہ کا وتر جو چھوٹے دائرہ کو ایک نقطہ پر چھوتا ہے اس نقطہ پر اس کی تنصیف ہوتی ہے۔

حل: ہمیں دو ہم مرکزی زاویہ دئے ہوئے ہیں جو C_1 اور C_2 ہیں اور جن کا مرکز O ہے بڑے دائرہ C_1 کا وتر AB جو چھوٹے دائرہ C_2 کو نقطہ P پر چھوتا ہے (شکل 10.8 دیکھیے) ہمیں ثابت کرنا ہے کہ $AP = BP$۔

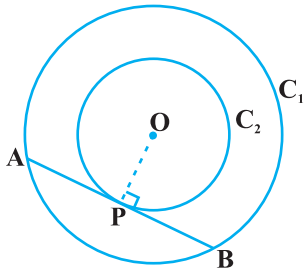
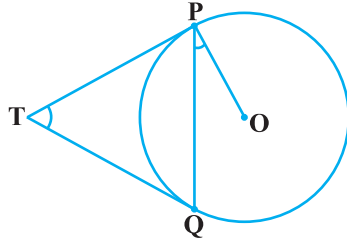
شکل 10.8

آیئے OP کو ملائیں تب AB، C_2 کے نقطہ P پر مماس ہے اور OP اس کا نصف قطر اس لئے مسئلہ 10.1 کی رو سے

$$OP \perp AB$$

اب AB دائرہ C_1 کا وتر ہے اور $OP \perp AB$، اس لئے OP، وتر AB کا ناصف ہے، کیونکہ دائرہ کے مرکز سے وتر پر ڈالا جانے والا عمود وتر کی تنصیف کرتا ہے۔

یعنی $AP = BP$

مثال 2: ایک باہری نقطہ T سے مرکز O والے ایک دائرہ پر دو مماس TP اور TQ کھینچے گئے ثابت کیجیے کہ $\angle PTQ = 2\angle OPQ$۔

شکل 10.9

حل: ہمیں ایک دائرہ دیا ہوا ہے جس کا مرکز O ہے ایک باہری نقطہ T اور دائرہ پر اس نقطے سے کھینچے گئے دو مماس TP اور TQ جہاں P اور Q نقطہ مماس ہیں (شکل 10.9 دیکھیے)

ہمیں ثابت کرنا ہے کہ

$$\angle PTQ = 2\angle OPQ$$

مان لیجیے $\angle PTQ = \theta$

اب مسئلہ 10.2 کے مطابق $TP = TQ$

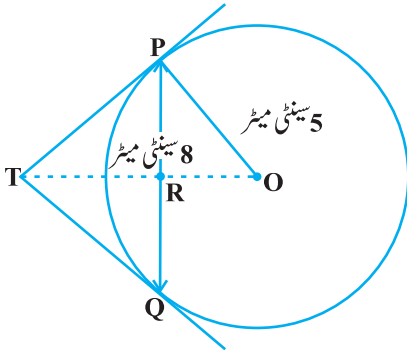
اس لئے TPQ ایک مساوی الساقین مثلث ہے۔

اس لئے $\angle TPQ = \angle TQP = \frac{1}{2}(180° - \theta) = 90° - \frac{1}{2}\theta$

مزید مسئلہ 10.1 کی رو سے $\angle OPT = 90°$

اس لئے $\angle OPQ = \angle OPT - \angle TPQ = 90° - \left(90° - \frac{1}{2}\theta\right)$

$$= \frac{1}{2}\theta = \frac{1}{2}\angle PTQ$$

اس سے ہمیں ملتا ہے $\angle PTQ = 2\angle OPQ$

مثال 3: 5 سینٹی میٹر نصف قطر والے ایک دائرہ کے ایک وتر PQ کی لمبائی 8 cm ہے P اور Q پر بنے مماس نقطہ T پر قطع کرتے ہیں۔ (شکل 10.10 دیکھئے) TP کی لمبائی معلوم کیجیے۔

شکل 10.10

حل: OT کو ملائیے۔ مان لیجیے یہ PQ کو نقطہ R پر قطع کرتا ہے تب ΔTPQ مساوی الساقین ہے اور TQ، زاویہ $\angle PTQ$ کا ناصف ہے۔ اس لئے $OT \perp PQ$ اور اس لئے OT، PQ کی تنصیف کرے گا جس سے

4 سینٹی میٹر = PR = RQ حاصل ہوگا۔

مزید سینٹی میٹر $OR = \sqrt{OP^2 - PR^2} = \sqrt{5^2 - 4^2}$ = 3 سینٹی میٹر

اب $\angle TPR + \angle RPO = 90° = \angle TPR + \angle PTR$

اس لئے $\angle RPO = \angle PTR$

اس لئے قائم مثلث TRP قائم مثلث PRO کے مشابہ ہیں، مشابہت کی AA شرط کے مطابق۔

اس سے ہمیں ملتا ہے۔ $\frac{TP}{PO} = \frac{RP}{RO}$, i.e., $\frac{TP}{5} = \frac{4}{3}$ یا $TP = \frac{20}{3}$ سینٹی میٹر

نوٹ: TP کو ہم فیثا غورث کے مسئلہ کو استعمال کر کے بھی معلوم کر سکتے ہیں، جو ذیل میں۔

مان لیجئے $TP = x$ اور $TR = y$ تب

$x^2 = y^2 + 16$ (قائم Δ PRT لینے پر) (1)

$x^2 = 5^2 = (y+3)^2$ (قائم مثلث OPT میں) (2)

(1) کو (2) میں سے گھٹانے پر ہمیں حاصل ہوتا ہے

$25 = 6y - 7$ یا $y = \frac{32}{6} = \frac{16}{3}$

اس لئے $x^2 = \left(\frac{16}{3}\right)^2 + 16 = \frac{16}{9}(16 + 9) = \frac{16 \times 25}{9}$

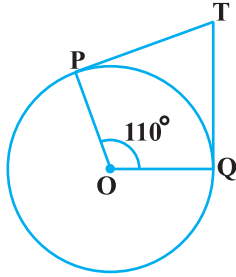
یا $x = \frac{20}{3}$

مشق 10.2

سوال نمبر 1 سے 3 میں صحیح جواب چنئے اور جواز پیش کیجیے۔

1۔ ایک نقطہ Q سے، دائرہ کے مماس کی لمبائی 24 سینٹی میٹر ہے۔ اور مرکز سے Q کا فاصلہ 25 سینٹی میٹر ہے دائرہ کا نصف قطر ہے۔

(A) 7 سینٹی میٹر (B) 12 سینٹی میٹر

(C) 15 سینٹی میٹر (D) 24.5 سینٹی میٹر

2۔ شکل 10.11 میں اگر TP اور TQ دائرہ جس مرکز O ہے، کے جز ومماس ہیں، جب کہ $\angle POQ = 110^\circ$ تب $\angle PTQ$ برابر ہے۔

(A) 60° (B) 70°

(C) 80° (D) 90°

شکل 10.11

3۔ اگر ایک نقطہ P سے دائرہ جس کا مرکز O ہے، پر دو مماس PA اور PB اس طرح ہیں کہ ایک دوسرے کے ساتھ 80° کا زاویہ بناتے ہیں تب $\angle POA$ برابر ہے

(A) 50° (B) 60°

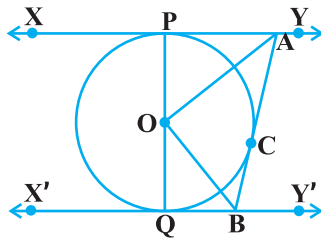
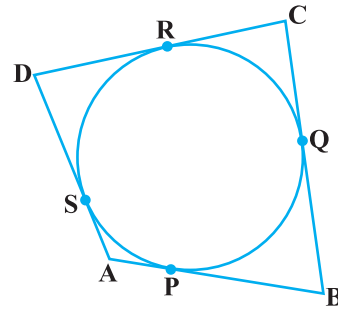
(C) 70° (D) 80°

4۔ ثابت کیجئے کہ دائرہ کے قطر کے سرے کے نقطوں پر بنے دو مماس متوازی ہیں۔

5۔ ثابت کیجئے کہ دائرہ کے مماس کے نقطہ مماس پر ڈالا جانے والا عمود مرکز سے گذرتا ہے۔

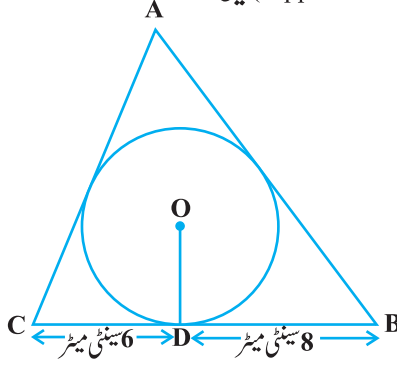
6۔ دائرہ کے مرکز سے 5 سینٹی میٹر فاصلہ پر موجود نقطہ A سے مماس کی لمبائی 4 سینٹی میٹر ہے۔ دائرہ کا نصف قطر معلوم کیجیے۔

7۔ دو ہم مرکزی دائرہ ہیں جن کے نصف قطر 5 سینٹی میٹر اور 3 سینٹی میٹر ہیں بڑے دائرہ کے وتر کی لمبائی معلوم کیجیے جو چھوٹے دائرہ کو چھوتا ہے۔

8۔ ایک چار ضلعی ABCD اس طرح بنایا گیا ہے کہ اس کا ہر ضلع اس کے اندر موجود دائرہ کو چھو کر گذرتا ہے (شکل 10.12 دیکھئے) ثابت کیجئے کہ AB+CD=AD+BC

شکل 10.13

شکل 10.12

9۔ شکل 10.13 میں XY اور X'Y'، مرکز O والے ایک دائرہ کے دو متوازی مماس ہیں ایک دوسرا مماس AB جس کا نقطہ

مماس ہے XY کو A پر اور X'Y' کو B پر قطع کرتا ہے۔ثابت کیجیے کہ $\angle AOB = 90°$

10۔ ثابت کیجیے کہ دائرہ کے باہری نقطہ سے اس پر کھینچے جانے والے مماسوں کے درمیان بنا زاویہ اور ان کے نقطہ مماس کو مرکز سے ملانے والے قطع خط کے ذریعے مرکز پر بنے زاویے تمتی (supplementary) ہیں۔

11۔ ثابت کیجیے کہ متوازی الاضلاع جس کے اندر ایک دائرہ اس طرح ہے کہ اس کا ہر ضلع اس کو چھوکر گذرتا ہے، متعین ہے۔

12۔ 4 سینٹی میٹر نصف قطر کا ایک داخلی دائرہ جو ایک ΔABC کے اندر اس طرح ہے کہ قطعات خط BD اور DC جو نقطہ مماس D کے ذریعے BC پر اس طرح بنے ہیں کہ ان کی لمبائیاں بالترتیب 8 سینٹی میٹر اور 6 سینٹی میٹر ہیں (شکل 10.19 دیکھیے) اضلاع AB اور AC معلوم کیجیے۔

A
O
C
B
D
6 سینٹی میٹر
8 سینٹی میٹر

شکل 10.14

13۔ ثابت کیجیے کہ ایک چار ضلعی کے مقابل اضلاع، اس کے اندر موجود دائرہ کے مرکز پر تمتی زاویہ بناتے ہیں۔

10.4 خلاصہ

اس باب میں آپ نے مندرجہ ذیل باتیں سیکھیں۔

1۔ دائرہ کے مماس کے معنی اور مفہوم

2۔ دائرہ کا نصف قطر دائرہ کے مماس کے نقطہ مماس پر عمود ہوتا ہے۔

3۔ دائرہ کے باہری نقطے سے اس پر کھینچے گئے مماسوں کی لمبائیاں برابر ہوتی ہیں۔